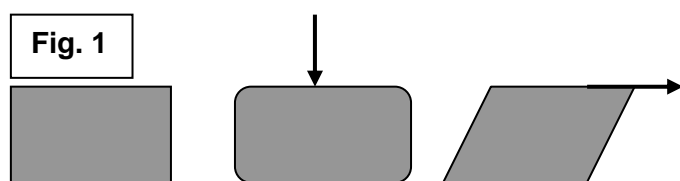


Principios de hemodinámica

Dr. Fernando D. Saraví

En los gases y líquidos, colectivamente llamados **fluidos**, las fuerzas de atracción molecular son menores que en los sólidos, de modo que las partículas se trasladan y por tanto sus posiciones relativas cambian constantemente. En un líquido, las fuerzas atractivas son lo suficientemente intensas como para mantener a las partículas próximas entre sí, aunque no son suficientes para proporcionarle una forma propia en el campo gravitatorio. Por esta razón los líquidos adoptan la **forma del recipiente que los contiene**.

Una propiedad común a los gases y los líquidos es que ejercen y resisten fuerzas **normales** a su superficie, pero son **incapaces de resistir fuerzas tangenciales de manera estable**. Esta propiedad puede comprenderse mejor si se considera el comportamiento de un sólido frente a fuerzas normales y tangenciales (**Fig. 1**).



Cuando un objeto sólido es sometido a una fuerza **normal** a su superficie (**Fig. 1**, centro), la fuerza puede desplazarlo o, si existe un plano resistente como en la figura, deformarlo. Una fuerza **tangencial** puede desplazar al objeto o bien, si la fricción entre el objeto y el

plano es elevada, deformarlo como se observa a la derecha de la **Fig. 1**.

Los fluidos, en cambio, solamente pueden resistir y ejercer fuerzas **normales** a su superficie, pero se deslizan (fluyen) cuando son sometidos a fuerzas tangenciales. Por tanto, puede definirse un fluido como **toda sustancia que, sometida a fuerzas tangenciales, se deforma continuamente** (es decir, fluye). Un fluido está en reposo cuando no está sometido a fuerzas tangenciales y sólo actúan sobre él fuerzas normales a su superficie en cada punto.

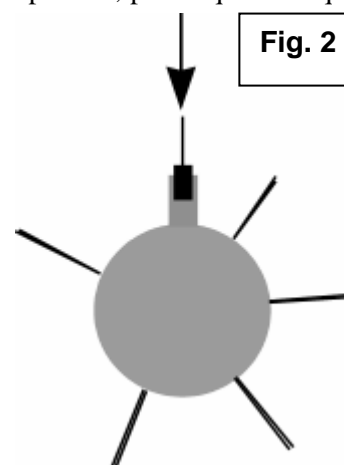
Aunque tanto gases como líquidos están constituidos por partículas discretas (átomos o moléculas), en mecánica de fluidos se los trata como medios **continuos**. Esto quiere decir que no se analiza el comportamiento individual de cada partícula, sino el del **conjunto**. Esto es posible por la gran cantidad de partículas que existen incluso en volúmenes relativamente pequeños. Por ejemplo, en 1 mL de agua (masa molecular 18 Da) hay $3.34 \cdot 10^{22}$ moléculas.

Los gases y los líquidos son generalmente **isotrópicos**, lo que significa que sus propiedades no varían según la dirección en la masa fluida, sino que se mantienen uniformes en toda ella. El estado de un fluido en reposo (es decir, en ausencia de movimiento **macroscópico**) puede definirse por su densidad (masa por unidad de volumen) y su temperatura. Si el fluido no está en reposo es necesario especificar también su velocidad. La densidad de la mayoría de los líquidos varía muy poco con la presión, por lo que los líquidos son **fluidos incompresibles**.

HIDROSTÁTICA

Etimológicamente el término “hidrostática” se refiere al agua (griego *hydros*), pero sus leyes son aplicables a todos los líquidos en reposo. El cociente entre la fuerza normal y la superficie sobre la cual actúa es la **presión**.

Principio de Pascal. En una masa fluida contenida en un recipiente, la presión es la misma en todas las direcciones y sentidos. Si se abren orificios en diferentes puntos de la pared de una esfera llena de líquido y provista de un émbolo, el líquido escapará por todos ellos con una dirección que es normal a la superficie en todos los casos (**Fig. 2**). Por simplicidad del diagrama se dibujó un recipiente esférico; no obstante, en recipientes con formas diferentes también se cumple que el líquido sale en dirección normal a la superficie en cada punto, porque esa es la dirección en la que el líquido ejerce presión sobre la pared.



En condiciones estáticas las fuerzas debidas a la presión cancelan entre sí sus efectos en el seno del líquido. Según la **ley de Pascal**, en un fluido en reposo, **la presión en cualquier punto es la misma en todas las direcciones y sentidos**.

Influencia de la gravedad. En un campo gravitatorio, la presión de un líquido contenido en un recipiente varía **linealmente con la profundidad** debido al peso de la masa líquida que queda por encima del nivel de medida.

En un recipiente lleno de líquido, con su superficie abierta a la atmósfera, la presión en la superficie libre es, desde luego, la presión atmosférica. Por debajo de la superficie, la presión aumenta por encima de la atmosférica en proporción directa a la profundidad h y a la densidad δ del líquido (**Fig. 3**). La constante de proporcionalidad es la aceleración de la gravedad g . El producto δg se denomina **peso específico (Pe)**.

$$P(h) = \delta g h = Pe h$$

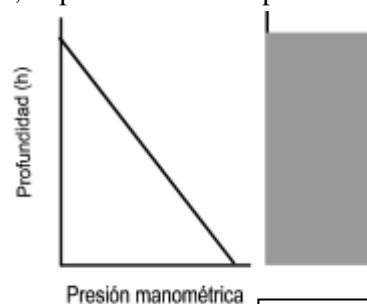


Fig. 3

Nótese que P corresponde en realidad a la presión *que se añade a la presión atmosférica*. Si a P se le sumase la presión atmosférica, el valor sería de **presión absoluta**. Cuando una presión se expresa como el valor que adquiere por encima o por debajo de la presión atmosférica –es decir, *relativa* a la atmosférica– se le llama **presión manométrica**. En general., en las **ciencias de la salud** las presiones se expresan de esta última forma. Por ejemplo, cuando se dice que una persona tiene una presión arterial máxima de 120 mmHg, significa que su presión máxima es 120 mmHg **por encima** a la presión atmosférica del lugar donde se realizó la medición. Cuando se dice que la presión del espacio intrapleural es de $-5 \text{ cmH}_2\text{O}$, significa que es 5 cm H_2O **menor que** la presión atmosférica.

La razón por la cual la presión en el líquido aumenta linealmente con la profundidad es que, por ser el líquido incompresible, su densidad es constante. Por tanto, por cada unidad de altura por debajo de la superficie del líquido la presión aumenta en igual medida hasta el fondo del recipiente. Nótese que en el cálculo de la presión a diferente profundidad no es necesario considerar el diámetro del recipiente ni su forma. En un líquido en reposo en el campo gravitatorio, todos los puntos que se encuentran en un plano a igual altura por debajo de la superficie poseen igual presión.

Unidades de presión. En el Sistema Internacional de Unidades, la unidad de presión es el pascal, que corresponde a 1 newton/metro² ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N.m}^{-2}$). En el sistema cgs, la presión se mide en baria ($1 \text{ baria} = 1 \text{ dina/cm}^2$). No obstante, en ciencias de la salud es común expresar las presiones en términos de **altura** de una columna de líquido; por ejemplo, en cmH_2O o en mmHg. Desde luego, una altura no corresponde dimensionalmente a una presión; no obstante, dado que $P = g \delta h$, si se considera que la aceleración de la gravedad y la densidad del líquido es constante, la única variable independiente en la ecuación es la altura. Por ello basta especificar la altura de la columna de un líquido de densidad conocida para definir adecuadamente su presión para la aceleración gravitatoria normal. En la Tabla 2-1 se resumen las equivalencias de las unidades de presión más comunes. Conviene recordar también que **1 kPa = 7.5 mmHg = 10 cmH₂O**.

Tabla 1: Equivalencias aproximadas de las unidades de presión más comunes

	Pascal	Baria	mmHg	cmH ₂ O
Pascal	1	10	0.0075	0.01
Baria	0.1	1	0.00075	0.001
mmHg	133.3	1 333	1	1.36
cmH ₂ O	100	1000	0.735	1

La hidrostática también permite explicar la importancia del **líquido céfalorraquídeo (LCR)** en el que se encuentra suspendido el sistema nervioso central, como defensa mecánica contra traumatismos del cráneo. También permite predecir que, dada la rigidez del cráneo, si existe hipertensión del LCR se producirá una compresión uniforme del parénquima cerebral que, de persistir, causará atrofia cerebral. Finalmente, si mediante una punción lumbar se realiza un drenaje muy rápido del LCR hipertenso, la caída de presión puede provocar la herniación del tallo cerebral.

Durante el embarazo, el feto es protegido de traumatismos externos por el **líquido amniótico**, que transforma cualquier fuerza ejercida sobre el abdomen materno en una presión que se ejerce uniformemente sobre la superficie fetal (**Fig. 4**).

Un tercer ejemplo de la importancia de las leyes de la hidrostática lo brinda el mecanismo de ciertos

traumatismos oculares. El globo ocular es relativamente rígido y está lleno de líquido (humores acuoso y vítreo). Un golpe sobre la córnea puede causar una onda de presión que, por el principio de Pascal, se transmite en todas las direcciones y sentidos. El aumento abrupto de la presión puede dañar la retina, que es la parte más sensible del órgano. Una contusión ocular puede, por este mecanismo, provocar desprendimiento de retina y hemorragias.



El líquido amniótico es el fluido claro y amarillento que rodea y protege al feto en el útero

Fig. 4: Líquido amniótico

ADAM.

FLUIDOS REALES E IDEALES

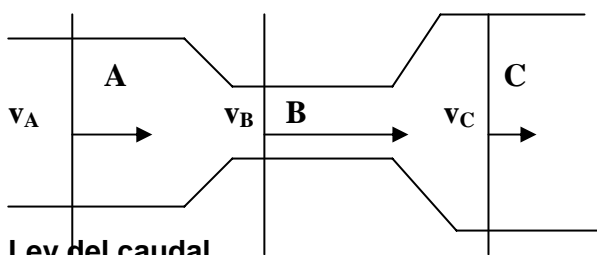
El estudio del comportamiento de los fluidos reales es complejo, como se verá en las próximas clases. Por razones didácticas, es conveniente analizar preliminarmente la dinámica de los fluidos omitiendo considerar algunas de sus características. Para ello, el análisis teórico inicial se realizará sobre la dinámica de los llamados **fluidos ideales**, que tienen las siguientes propiedades:

1. **Carecen de viscosidad.** La viscosidad es una propiedad de los fluidos reales que se tratará con mayor detalle en el Capítulo 5. Por el momento baste decir que se refiere a la fricción interna del fluido, que disipa como calor parte de la energía del fluido en movimiento. En los fluidos ideales no existe roce entre sus moléculas, ni disipación de energía en forma de calor.
2. **Son incompresibles.** La densidad del fluido permanece constante independientemente de la presión a la cual se encuentre sometido.

Los fluidos reales se alejan en mayor o menor medida de este comportamiento. Los líquidos son virtualmente incompresibles, pero su viscosidad es relativamente elevada. Los gases tienen menor viscosidad, pero son muy compresibles.

Adicionalmente, en el análisis que sigue se impondrán dos condiciones con respecto al flujo del fluido ideal por una tubería:

1. **El flujo es estacionario.** El flujo en un sistema es estacionario cuando la velocidad de las partículas es constante en cualquier sección particular del sistema que se considere. La velocidad puede, no obstante, ser diferente en las diversas secciones (**Fig. 5**).
2. **El flujo es no rotacional.** Esto significa que la velocidad de las partículas que fluyen es siempre paralela al eje del tubo y carece de componentes radiales (que generan turbulencia en fluidos viscosos).



Ley del caudal

Fig. 5. Flujo estacionario. Los vectores representan la velocidad de avance v_A , v_B y v_C en los planos A, B y C de un tubo. Aunque las velocidades son diferentes en cada plano, todas las partículas atraviesan cada plano con la misma velocidad.

El caudal es el volumen de un fluido que circula en la unidad de tiempo. La ley del caudal establece que en un sistema cerrado, **el mismo caudal** circula por cualquier plano transversal que se considere. Si se trata de

un fluido ideal, cuya densidad es por definición constante, la constancia del caudal se aplica de igual manera a la **masa** del fluido que circula.

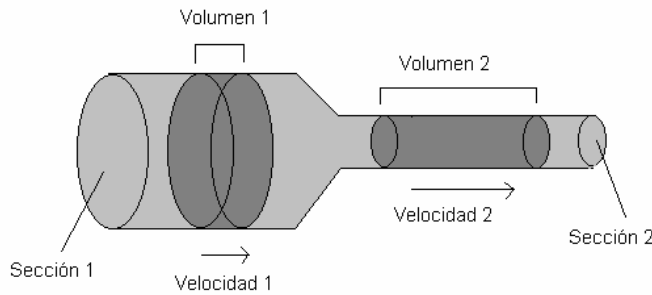


Fig. 6: Ley del caudal. En condiciones estacionarias el caudal es igual en todas las secciones (ver el texto).

En la **Fig. 6** se diagrama el flujo de un fluido ideal en condiciones estacionarias. En la unidad de tiempo, el volumen 1 desplazado es igual al volumen 2. El frente de avance es **plano**, lo que significa que todas las partículas avanzan a la misma velocidad en cada sección considerada (en un fluido real en condiciones estacionarias, el frente de avance es **parabólico** debido a la viscosidad, como se verá luego).

Para cualquier sección transversal que se considere, el caudal Q es constante. Si se llama Q_1 al caudal en la sección mayor y Q_2 al caudal en la sección menor, se cumple que:

$$Q_1 = Q_2$$

Ahora bien, Q_1 es el producto de la sección 1 (S_1) por la velocidad 1 (v_1) y análogamente, Q_2 es el producto de la sección 2 (S_2) por la velocidad 2 (v_2). Por tanto,

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Esta ecuación es una forma de expresar la ley del caudal, que se denomina **ecuación de continuidad**.

Nótese que, en tubos cilíndricos, la sección transversal es proporcional al **cuadrado** del radio r ($S = \pi \cdot r^2$). En consecuencia, si el radio se reduce a la mitad la sección disminuye cuatro veces y la velocidad correspondiente es cuatro veces mayor.

En el aparato circulatorio la ley del caudal se cumple con mucha aproximación en condiciones de reposo (y en condiciones estacionarias donde no haya cambios vasomotores que desplacen sangre de un sector a otro). El caudal total es virtualmente el mismo en las arterias, venas y capilares, pero la velocidad de la sangre varía en proporción inversa a la sección transversal del sector considerado. Por ejemplo, en reposo el caudal expulsado por el ventrículo izquierdo a la aorta es de aprox. $100 \text{ cm}^3/\text{s}$ (6 L/min). La aorta tiene una sección transversal de aprox. 4 cm^2 , por lo que la velocidad media de la sangre en la aorta es de $(100 \text{ cm}^3/\text{s})/4 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm/s}$.

El caudal en los capilares es también de $100 \text{ cm}^3/\text{s}$, pero la velocidad de la sangre en ellos es mucho menor, de 0,05 a 0,08 cm/s en reposo. Esto se debe a que, si bien cada capilar tiene una sección transversal muy inferior a la sección de la aorta, la sección total de **todos** los capilares abiertos en un momento dado es muy superior a la de la aorta. Puede calcularse la sección total de los capilares abiertos durante el reposo como $(100 \text{ cm}^3/\text{s})/(0,05 \text{ cm/s}) = 2\,000 \text{ cm}^2$.

TEOREMA DE BERNOULLI

Este teorema demuestra la **conservación de la energía mecánica total de un fluido ideal**. La energía mecánica del fluido comprende la energía que tiene debido a su movimiento (energía cinética), a su presión y a su situación en el campo gravitatorio con respecto a un plano de referencia. Si el fluido en movimiento no realiza trabajo externo o se le aporta trabajo, su energía mecánica total se conserva. Esto implica que si una de las formas de energía (por ejemplo, cinética) disminuye, otra forma (por ejemplo, presión) debe aumentar en igual proporción, de modo que la energía total permanezca constante.

Dada una masa m de fluido, sus energías cinética, potencial volumétrica y potencial gravitatoria están determinadas por las siguientes ecuaciones:

Energía cinética $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Energía potencial volumétrica $E_p = P \cdot V$

Energía potencial gravitatoria $E_g = m \cdot g \cdot h$

Donde v es la velocidad del fluido, P su presión lateral (véase más abajo), V el volumen que corresponde a la masa m , g es la aceleración de la gravedad ($9,8 \text{ m/s}^2$) y h la altura por encima de un **nivel de referencia**. La energía mecánica total de la masa m de fluido es:

Energía mecánica total $E_{MT} = E_c + E_p + E_g$

Reemplazando,

Energía mecánica total $E_{MT} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + P \cdot V + m \cdot g \cdot h$

Es conveniente expresar la energía mecánica total por unidad de volumen del fluido, para lo cual en la ecuación anterior se divide miembro a miembro por el volumen V . Dado que m/V es la densidad δ del fluido y $m \cdot g/V$ su peso específico Pe , resulta:

Energía mecánica total por unidad de volumen $E_{MT(V)} = \frac{1}{2} \delta \cdot v^2 + P + Pe \cdot h$

(Ecuación de Bernoulli)

Naturalmente, al igual que $\frac{1}{2} \delta \cdot v^2$, P y $Pe \cdot h$, la energía mecánica total por unidad de volumen tiene la dimensión de una **presión** y puede, por tanto, expresarse en unidades de presión como pascal, baria, mmHg o cmH₂O.

Cuando el flujo se produce horizontalmente siempre en el mismo nivel de referencia, la energía cinética varía recíprocamente con la energía potencial volumétrica. En la **Fig. 7** se diagrama un fluido ideal que circula de izquierda a derecha, por dos segmentos de diferente radio, de respectivamente 1 y 3 cm. La velocidad en el segmento de la izquierda (v_1) es mayor que en el segmento de la derecha (v_2). Sea la densidad del fluido = $1,2 \text{ g/cm}^3$, $v_1 = 90 \text{ cm/s}$ y la presión en el manómetro de la izquierda igual a $6\,000 \text{ dina/cm}^2$. La energía mecánica total por unidad de volumen es:

$$E_{MT(V)} = \frac{1}{2} 1,2 \text{ g/cm}^3 \cdot (90 \text{ cm/s})^2 + 6\,000 \text{ dina/cm}^2$$

$$E_{MT(V)} = 10\,860 \text{ dina/cm}^2$$

Dado que la energía total se conserva, al reducirse la velocidad (y con ella la energía cinética), la presión debe aumentar proporcionalmente en el sector de la derecha. De la ley del caudal,

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 \\ S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \end{aligned}$$

$S_1 = 3.14 \text{ cm}^2$ y $S_2 = 28.26 \text{ cm}^2$, por lo cual $v_2 = 90 \text{ cm/s} \cdot (3.14 \text{ cm}^2 / 28.26 \text{ cm}^2) = 10 \text{ cm/s}$. La energía cinética por unidad de volumen en el sector derecho es $\frac{1}{2} 1.2 \text{ g/cm}^3 \cdot (10 \text{ cm/s})^2 = 600 \text{ dina/cm}^2$. Dado que la energía mecánica total por unidad de volumen es de $10\,860 \text{ dina/cm}^2$, la energía potencial volumétrica es de $10\,860 \text{ dina/cm}^2 - 600 \text{ dina/cm}^2 = 10\,260 \text{ dina/cm}^2$. Por tanto, en la región derecha la presión aumenta $4\,260 \text{ dina/cm}^2$ con respecto a la región izquierda. Dado que el peso específico del fluido es de $1.2 \text{ g/cm}^3 \cdot 980 \text{ cm/s}^2 = 1\,176 \text{ dina/cm}^3$, la diferencia de altura Δh de la columna manométrica es

$$\Delta h = 4\,260 \text{ dina/cm}^2 / 1\,176 \text{ dina/cm}^3 = 3.62 \text{ cm}$$

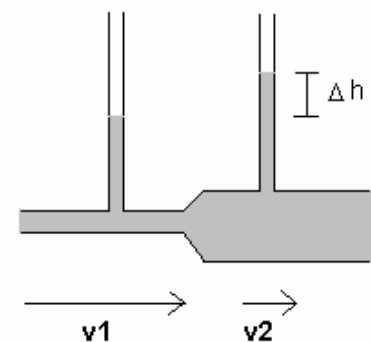


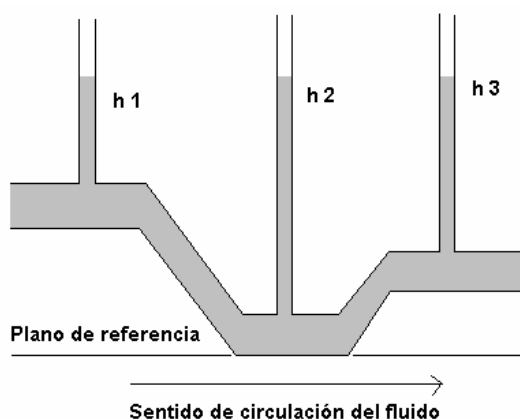
Fig. 7: Transformación de energía cinética en energía potencial volumétrica (ver el texto).

En las condiciones de contorno del teorema de Bernoulli, cuando aumenta la energía cinética de un fluido se reduce su presión (es la situación opuesta a la esquematizada en la **Fig. 7**). La disminución de la presión en una tubería cuando su diámetro se reduce es la base para determinar la velocidad del fluido por el denominado **efecto Venturi**. En una porción estrechada de una tubería la presión lateral disminuye, creando un efecto de succión. Este fenómeno se emplea, por ejemplo, en los carburadores. Una corriente de aire que circula a gran velocidad por un tubo estrecho arrastra vapor de nafta y crea así una mezcla inflamable. En medicina el efecto Venturi se emplea para bombas de succión hidráulica, donde se produce vacío mediante una corriente de agua.

La ecuación de Bernoulli puede emplearse para calcular el trabajo externo de los ventrículos, es decir la energía mecánica que el ventrículo derecho o izquierdo proporcionan a la sangre que expulsan, respectivamente, hacia la arteria pulmonar o hacia la aorta. También sirve para calcular la energía mecánica de la sangre en cada sector de la circulación. Cuando se comparan diferentes sectores del árbol vascular, se torna necesario introducir un cuarto término que corresponde a la disipación de energía calórica, debido a que la sangre dista de ser un fluido ideal y posee considerable roce interno (viscosidad).

ENERGÍA POTENCIAL VOLUMÉTRICA Y ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Cuando el nivel de la tubería varía por encima del plano de referencia, existe una transformación de energía potencial volumétrica en energía potencial gravitatoria y viceversa. En la **Fig. 8** se ilustra un tubo de sección constante (por tanto la energía cinética no varía) que transcurre en dos niveles diferentes con respecto al plano de referencia representado por el segmento medio. En el primer segmento, el más elevado, la energía potencial gravitatoria es máxima y la presión lateral P_1 , representada por la columna de altura h_1 , es mínima. En el segmento medio, la energía potencial gravitatoria es mínima y la presión lateral P_2 (representada por h_2) es máxima. El tercer segmento representa una situación intermedia. Ya que la energía cinética por unidad de volumen es igual en los tres casos, se cumple que:



$P_1 + P_e \cdot h_1 = P_2 + P_e \cdot h_2 = P_3 + P_e \cdot h_3$

La interconversión de la energía potencial volumétrica y gravitatoria explican la variación en la presión lateral en el individuo de pie en comparación con el individuo en decúbito. El plano de referencia en la circulación es el nivel de la válvula tricúspide.

En decúbito, las diferencias de nivel son despreciables a los efectos prácticos. Por el contrario, debido a la variación de energía potencial gravitatoria, en la posición erecta los vasos por encima del nivel de la válvula tricúspide poseen una presión lateral menor, y los que

Fig. 8: Transformación de las energías potenciales volumétrica y gravitatoria (ver el texto).

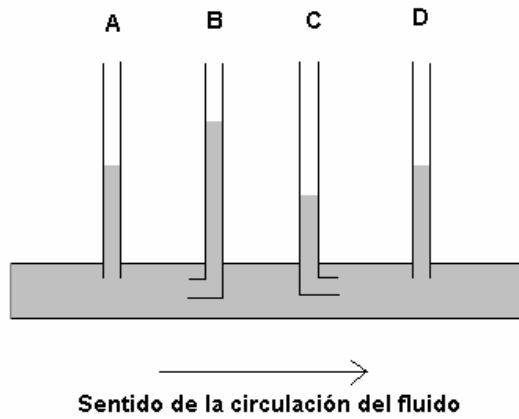
están por debajo una presión lateral mayor, que la que existe en los mismos vasos durante el decúbito.

PRESIÓN LATERAL Y TERMINAL

Debido a que las energías potenciales y cinética son interconvertibles, cuando se determina la presión de un tubo por el cual circula un fluido ideal, la orientación de la desembocadura del manómetro modifica la presión registrada. En la **Fig. 9** se esquematiza un tubo horizontal de radio constante (energías potenciales volumétrica y gravitatoria y energía cinética constantes) en el cual se han colocado manómetros.

Los manómetros de los extremos (A y D) registran el mismo nivel piezométrico o altura de la columna líquida. Ambos tienen su desembocadura perpendicular al sentido del flujo y registran, por tanto, la energía potencial volumétrica por unidad de volumen, que se denomina **presión lateral**.

El extremo del manómetro B es opuesto al sentido del flujo. La altura de la columna líquida es mayor que la correspondiente a la presión lateral P_B (ó P_D), en una cantidad que corresponde a la energía cinética por unidad de volumen:



Fia. 9: Presiones lateral v terminal

$$P_B = P_A + \frac{1}{2} \delta \cdot v^2$$

Es decir que al detenerse el fluido que llega a la desembocadura del manómetro, su energía cinética se suma a la presión lateral. A esta presión se la denomina **presión terminal**.

El extremo inferior del manómetro C se encuentra abierto en el mismo sentido de la circulación del fluido. La presión registrada por este manómetro – llamada “**corriente abajo**” (*downstream*) – es la menor, ya que a la inversa del caso anterior (B), a la presión lateral se le debe sustraer la energía cinética¹:

$$P_C = P_A - \frac{1}{2} \delta \cdot v^2$$

Debe subrayarse que en realidad, en cada punto del fluido existe, según el principio de Pascal, **una única presión**, la “lateral”, que se ejerce en todas las direcciones y sentidos. Las presiones “terminal” y “corriente abajo” son **artefactos** de medición.

El efecto de la transformación de la energía cinética en energía potencial volumétrica es importante cuando se desea medir una presión intravascular mediante un catéter conectado a un manómetro o a un transductor de presión.

Si la abertura del catéter enfrenta la corriente, la presión (terminal) medida será mayor que la presión lateral, y si la abertura se halla en el mismo sentido que el de la corriente, la presión registrada será menor que la presión lateral. Para un registro exacto de la presión, el extremo del catéter debe poseer una **abertura lateral**. Esto es especialmente importante cuando la presión lateral es baja y la energía cinética es alta, como ocurre en las venas centrales y en la arteria pulmonar.

Un ejemplo interesante de aplicación médica de los fenómenos aquí tratados es la rotura de una

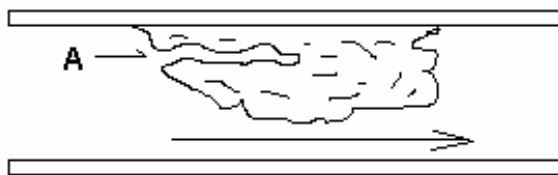


Fig. 10: Factores hidrodinámicos en la rotura de una placa de ateroesclerosis .

placa aterosclerótica. En el diagrama de la **Fig. 10** se muestra una placa adherida a la pared de un vaso. La placa tiene una fisura (A) que está expuesta a la presión **terminal**. Debido a que la placa obstruye parcialmente el vaso, la velocidad de la corriente aumenta (flecha). Esto incrementa la energía cinética en ese nivel y, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli, **reduce la presión lateral** (energía potencial volumétrica). De este modo la presión dentro de la placa es superior a la que existe en la luz del vaso por fuera de ella, lo cual facilita que parte de la placa se desprenda y forme un émbolo.

VISCOSIDAD

En un fluido real existen fuerzas cohesivas entre sus moléculas que ocasionan rozamiento interno cuando se aplican fuerzas tangenciales que tienden a movilizar el fluido. La propiedad física debida a dichas fuerzas cohesivas que resisten al flujo se denomina viscosidad, y se simboliza convencionalmente con la letra griega η (eta).

Por su propia naturaleza dinámica, la viscosidad es una propiedad que se manifiesta cuando existe desplazamiento del fluido (es decir, flujo). Antes de definir rigurosamente la viscosidad, es conveniente comparar la respuesta a las fuerzas tangenciales (también llamadas de corte o cizalladura) de un sólido y de un fluido. En la **Fig. 11** se diagrama un paralelepípedo (línea negra) que es deformado como se indica con los trazos grises bajo la influencia de una fuerza tangencial F . La fuerza F' , de igual módulo que F , es la reacción que impide que la base del objeto se desplace.

¹ En realidad el término que se sustrae es algo menor que la energía cinética (P.ej., 80 % de la E_c) porque el flujo se distorsiona en torno del extremo del manómetro.

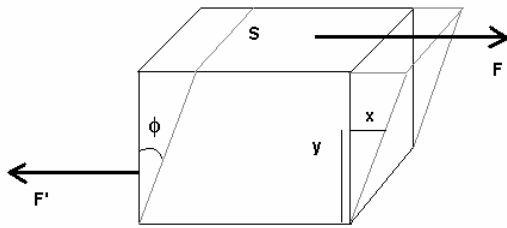


Fig. 11: Deformación de un objeto sometido a una fuerza tangencial F.

Si se trata de un objeto sólido por debajo de su límite de elasticidad, el grado de deformación es proporcional a la fuerza F aplicada por unidad de superficie S del cuerpo. A dicho cociente se le denomina **esfuerzo de corte** σ (sigma):

$$\sigma = F/S$$

Nótese que σ corresponde dimensionalmente a una presión ($ML^{-1}T^{-2}$) pero **no** es una presión, ya que en ésta la fuerza es por definición **normal** a la superficie considerada, mientras que en el esfuerzo es **tangencial**, o

dicho de otro modo, la línea de acción de la fuerza se encuentra en el mismo plano que la superficie.

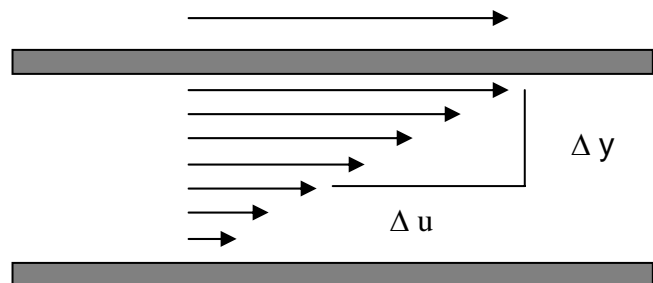
El grado de deformación que la fuerza tangencial causa en un sólido, indicada por el ángulo ϕ en la **Fig. 11**, es directamente proporcional al esfuerzo de corte e inversamente proporcional a la elasticidad del material. Para deformaciones pequeñas, el cociente x/y corresponde a la **deformación de corte**. Bajo la acción de una fuerza tangencial permanente, el sólido se **deforma** hasta cierto punto y una vez alcanzado dicho estado **permanece** así, independientemente del tiempo transcurrido. Si la fuerza deja de actuar, el cuerpo sólido **recupera** su forma original.

Se recordará que, por definición, un fluido es incapaz de resistir de manera permanente a una fuerza tangencial. Si en lugar de un cuerpo sólido, el paralelepípedo fuese una porción de un volumen de **fluido** sometido a un esfuerzo de corte s , su comportamiento diferiría notablemente del descrito para el sólido.

- 1) El fluido **no recuperaría su forma original** cuando cesara el esfuerzo de corte.
- 2) Bajo un esfuerzo de corte constante, el fluido **continuaría deformándose**, es decir, fluyendo. En otras palabras, el ángulo ϕ crecería permanentemente mientras continuase aplicado el esfuerzo.
- 3) Como consecuencia de lo anterior, en un fluido existe una proporcionalidad entre el esfuerzo y la rapidez a la que se produce la deformación, llamada **tasa de corte**, γ (gamma)

Si en la **Fig. 11** la deformación x/y se produce en un tiempo t , la tasa de corte correspondiente es $\gamma = \Delta(x/t)/\Delta y$. La deformación del fluido puede considerarse como el deslizamiento de múltiples capas de fluido que adquieren diferentes velocidades (**Fig. 12**).

Fig. 12: Dos láminas sólidas (gris) están separadas por un fluido. Si se desliza la lámina superior, el fluido se deforma de modo que sus capas adquieren diferentes velocidades como lo indican los vectores entre las láminas. Ver el texto.



En la **Fig. 12**, Δu es la **diferencia** entre la velocidad de las capas primera y quinta, y Δy la distancia que separa ambas capas. Luego la tasa de corte es:

$$\gamma = \Delta u / \Delta y$$

Por ser el cociente entre el módulo de una velocidad y una distancia, la dimensión de γ es T^{-1} . Como se indicó antes, la tasa de corte γ es directamente proporcional al esfuerzo tangencial σ aplicado. La constante de proporcionalidad es el **coeficiente de viscosidad dinámica** η :

$$\gamma = \sigma / \eta$$

Por consiguiente, dicho coeficiente de viscosidad puede definirse como el cociente entre el esfuerzo σ aplicado y la tasa de corte γ resultante:

$$\eta = \sigma / \gamma$$

La ecuación anterior es una forma de expresar la **ley de Newton de la viscosidad**. La viscosidad de un fluido es mayor cuanto mayor esfuerzo se requiere para producir una determinada tasa de corte o, dicho a la inversa, cuanto menor es la tasa de corte que resulta cuando el fluido es sometido a un esfuerzo de corte determinado.

Cabe notar la semejanza de la ley de Newton de la viscosidad con la **segunda ley de Newton de la mecánica clásica**, según la cual la fuerza F que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa m del cuerpo por la aceleración a que sufre:

$$F = m \cdot a$$

Ya que a es la variación de la velocidad en la unidad de tiempo, puede escribirse:

$$F = m \cdot \Delta v / \Delta t$$

La ley de Newton de la viscosidad puede expresarse:

$$\sigma = \eta \cdot \gamma$$

El esfuerzo $\sigma = F/S$ es igual al producto de la viscosidad η por la tasa de corte $\gamma = \Delta u / \Delta y$.

$$F/S = \eta \cdot \Delta u / \Delta y$$

$$F = \eta \cdot S \cdot \Delta u / \Delta y$$

En resumen,

$$\begin{array}{ccc} F = m \cdot \Delta v / \Delta t & \longleftrightarrow & F = \eta \cdot S \cdot \Delta u / \Delta y \\ \text{2ª Ley de Newton de la dinámica} & \longleftrightarrow & \text{Ley de Newton de la viscosidad} \end{array}$$

El coeficiente de viscosidad dinámica tiene dimensión $ML^{-1}T^{-1}$. Se expresa en $N \cdot s \cdot m^{-2}$ o **Pa.s** en el sistema Internacional de Unidades o, en el Sistema *cgs*, en $dyn \cdot s \cdot cm^{-2}$. La unidad derivada $dyn \cdot s \cdot cm^{-2}$ se denomina **poise** (símbolo P). Cabe notar que $1 \text{ Pa.s} = 10 \text{ poise}$.

Las unidades de viscosidad son muy grandes para los fluidos comunes, por lo que conviene utilizar submúltiplos, como el centipoise (cP), que es igual a 1 mPa.s . Por ejemplo, la viscosidad del agua a $20^\circ C$ es de aprox. 1 cP y la del aire de $0,018 \text{ cP}$.

Existe otro coeficiente de viscosidad, denominado **coeficiente de viscosidad cinemática** ν (nu), que corresponde al cociente entre el coeficiente de viscosidad dinámico η y la densidad δ del fluido:

$$\nu = \eta / \delta \quad \text{Coeficiente de viscosidad cinemática}$$

El coeficiente de viscosidad cinemática tiene dimensión L^2T^{-1} y en el Sistema Internacional de Unidades se expresa en $m^2 \cdot s^{-1}$. En el Sistema *cgs* la unidad correspondiente es el **stokes** = $cm^2 \cdot s^{-1}$. Nótese que cuando se habla de coeficiente de viscosidad sin otra especificación, normalmente se trata del **coeficiente de viscosidad dinámica** (η).

FLUIDOS NEWTONIANOS

Se denominan **newtonianos** los fluidos cuyo coeficiente de viscosidad dinámica η depende sólo de la temperatura (en general inversamente). En la **Fig. 13** se representa la relación entre el esfuerzo σ y la tasa de corte γ para tres fluidos newtonianos. El fluido A es más viscoso que el fluido B, y éste más que el fluido C, pero en los tres casos la relación entre el esfuerzo aplicado y la tasa de corte resultante es **una recta que pasa por el origen de las coordenadas**. En el gráfico, el coeficiente de viscosidad η corresponde a la tangente trigonométrica de cada recta (σ/γ) y es, por tanto, constante para cada fluido a una temperatura determinada.

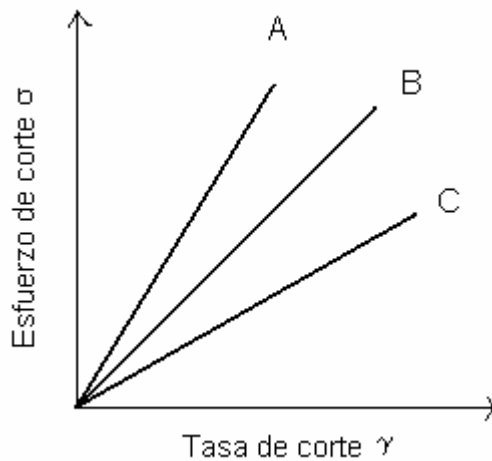


Fig. 13: Relación entre σ y γ para fluidos newtonianos de diferente viscosidad ($\eta_A > \eta_B > \eta_C$).

las capas que fluyen, lo cual **aumenta** la viscosidad. La ecuación que describe viscosidad a una temperatura T (η_T) adopta la forma general:

$$\eta_T = \eta_0 (1 - AT + BT)$$

En esta ecuación η_0 es el coeficiente de viscosidad a 0 °C y A y B constantes propias de cada líquido. En general, predomina la reducción de las fuerzas cohesivas y por tanto η disminuye con la temperatura. En la **Fig. 14** se ilustra la variación de la viscosidad del agua entre 0 °C y 100 °C.

En la Tabla 5-1 se presenta el coeficiente de viscosidad para algunos fluidos newtonianos.

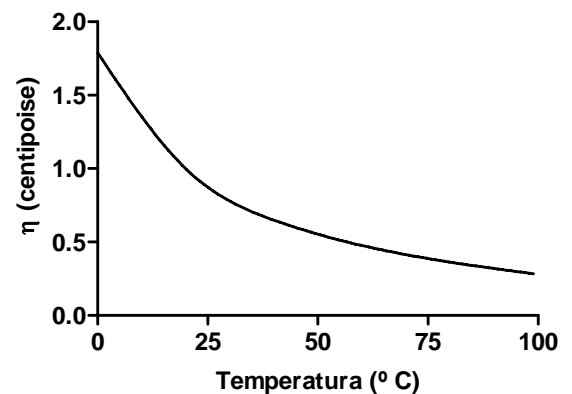


Fig. 14: Modificación del coeficiente de viscosidad del agua con la temperatura.

Tabla 2: Viscosidad dinámica de algunos fluidos newtonianos (datos según Elert; nótese el diferente submúltiplo para líquidos y gases)

Líquidos			Gases		
Líquido	Temperatura °C	Viscosidad η mPa.s	Gas	Temperatura °C	Viscosidad η μ Pa.s
Agua	20	1,002	Aire	15	17,9
Plasma	37	1,3	Hidrógeno	0	8,4
Leche	25	3	Oxígeno	0	18,1
Aceite de oliva	20	84	Nitrógeno	0	16,7
Miel	20	10 000	Helio	0	18,6

FLUJO LAMINAR

Un fluido ideal carece de viscosidad por definición. Cuando fluye por un tubo, su frente de avance es **plano**, ya que en cada sección considerada todas las partículas que constituyen el fluido se mueven a la misma velocidad. La velocidad **relativa** de las partículas es cero; en otras palabras, no existe un gradiente de velocidad axial (en el eje del tubo).

² La viscosidad de los gases, al contrario que la de los líquidos, **aumenta** con la temperatura; a presión constante el aumento es proporcional al cuadrado de la temperatura. Cuanto mayor es la temperatura, mayor es la energía cinética de las moléculas del gas y más probables las colisiones moleculares, una forma de roce interno que aumenta la oposición al flujo de la masa gaseosa en su conjunto.

La situación es diferente cuando el fluido que circula es viscoso. Para que un fluido viscoso circule, se requiere un esfuerzo que provoca una **tasa de corte** inversamente proporcional al coeficiente de viscosidad η , según la ley de Newton explicada antes. Ya que las partículas poseen diferentes velocidades, se puede concebir que se desplazan en **láminas** adyacentes. A esta forma de desplazamiento se le denomina, por tanto, **flujo laminar**.

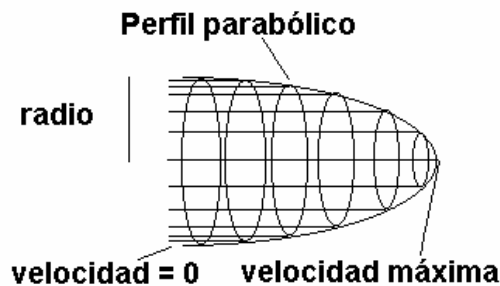


Fig. 15: Distribución parabólica del perfil de velocidad de un fluido newtoniano que circula con régimen estacionario y flujo laminar por un tubo recto rígido.

Cuando un fluido viscoso (que supondremos newtoniano) circula por un tubo, la capa o lámina fluida adyacente a la pared del tubo permanece inmóvil; su velocidad es **cero**. La velocidad de las partículas crece hacia el eje del tubo, en donde alcanza su valor máximo. El gradiente radial de velocidad adopta la forma de una parábola (**Fig. 4-5**). La siguiente ecuación permite calcular la velocidad v_x de cualquier lámina situada a una distancia radial x del eje del tubo:

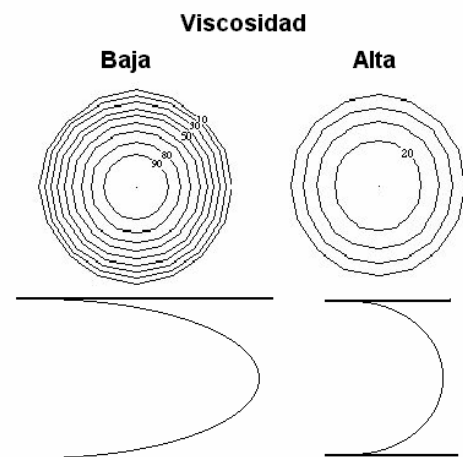
$$v_x = \Delta P (r^2 - x^2) / 4 L \eta$$

donde ΔP es la diferencia de presión entre los extremos del tubo, r su radio, y L su longitud. La ecuación predice correctamente que la lámina en contacto con el borde del tubo tiene velocidad nula, ya que allí $r = x$.

Similarmente, la velocidad es máxima en el eje, ya que allí $x = 0$ y por tanto $r^2 - x^2 = r^2$.

La forma exacta de la parábola que describe el frente de avance en el flujo laminar depende de la viscosidad del fluido. De la ecuación que acaba de verse, se deduce que a menor η , mayor será la velocidad máxima (en el eje). Como la velocidad de la lámina en contacto con la pared es cero, los fluidos menos viscosos presentan frentes parabólicos con un mayor gradiente radial de velocidad. Por el contrario, los fluidos de mayor viscosidad presentan frentes de avance más aplanados, es decir, con menor diferencia entre la velocidad máxima y la del borde del tubo (**Fig. 16**).

Fig. 16: Gradiente radial de velocidad en el flujo laminar de un fluido newtoniano de baja viscosidad (izquierda) y de alta viscosidad (derecha). En cada caso se ilustra el gradiente de frente (arriba) y de perfil (abajo). Las ilustraciones de frente son de Kenneth R. Koehler.



FLUJO TURBULENTO

En ciertas condiciones, en la circulación de un fluido pueden aparecer componentes radiales de velocidad que desorganizan el frente de avance y tornan al flujo de laminar en turbulento (**Fig. 17**). El flujo turbulento presenta componentes de velocidad en sentido radial.

Para tubos cilíndricos, los factores que determinan la aparición de turbulencia fueron relacionados en una ecuación por Osborne Reynolds.

$$Re = r \cdot v \cdot \delta / \eta$$

En esta ecuación r es el radio del tubo, v la velocidad media del fluido, δ su densidad y η su coeficiente de viscosidad dinámica. Si se recuerda que el coeficiente de viscosidad cinemática ν (nu) es igual a η/δ , la ecuación también puede escribirse $Re = r.v/\nu$. “Re” es un número sin unidades llamado acertadamente **número de Reynolds**.

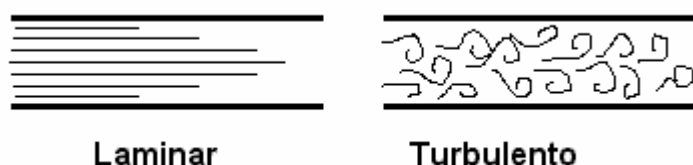


Fig. 17: Patrones de flujo laminar y turbulento.

la turbulencia será más probable cuanto mayores sean la velocidad media del fluido o el radio del tubo.

Algunos autores escriben la ecuación de Reynolds empleando el diámetro D en lugar del radio:

$$Re = D \cdot v \cdot \delta / \eta ; Re = D \cdot v / \nu$$

Estas ecuaciones son equivalentes a las que emplean el radio, con la diferencia que los valores críticos se duplican. Se denomina valor crítico de Re al número por encima del cual es **posible** la aparición de turbulencia. El flujo turbulento es virtualmente **imposible** con valores de $Re < 1\,000$ cuando se emplea el radio (ó $< 2\,000$ cuando se emplea el diámetro). Por encima de ese valor, la probabilidad de aparición de turbulencia **aumenta**. Es posible alcanzar valores de Re mayores de $1\,000$ (ó de $2\,000$ con el diámetro) **sin** que se produzca turbulencia. La persistencia de flujo laminar en esas circunstancias es, sin embargo, un estado inestable o **metastable** que puede concluir a causa de alguna perturbación mecánica (por ejemplo, una irregularidad del tubo o una vibración impuesta).

Para un tubo de radio constante por el cual circula un fluido newtoniano cuya viscosidad y densidad son constantes, puede determinarse una **velocidad crítica** por encima de la cual puede aparecer turbulencia. Dicha velocidad v_c se calcula como:

$$v_c = 1\,000 \cdot \eta / r \delta$$

velocidad crítica

En la circulación normal, los únicos lugares donde los vasos tienen suficiente **diámetro** y la sangre suficiente **velocidad** (al menos durante parte del ciclo cardíaco) como para superar la velocidad crítica es en las arterias aorta ascendente y pulmonar. No obstante, la velocidad crítica puede ser superada en condiciones patológicas, por ejemplo en dilataciones aneurismáticas (**Fig. 18**) en las que la sangre ingresa con gran velocidad a una región dilatada (de gran diámetro). El flujo turbulento puede provocar vibraciones de la pared vascular dentro del rango audible, que pueden ser percibidas como soplos graves (P.ej., en un aneurisma de la aorta abdominal). Además, las mismas vibraciones pueden contribuir a debilitar la pared y por tanto a producir dilatación adicional del aneurisma.

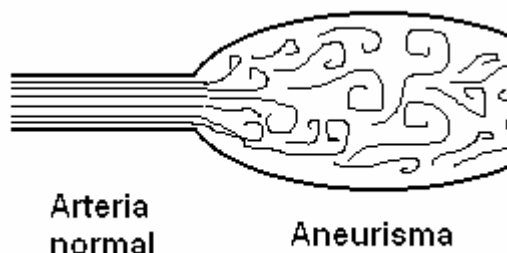


Fig. 18: Turbulencia en una dilatación aneurismática donde la velocidad de ingreso supera el valor crítico en la parte donde aumenta el diámetro.

La ecuación de Bernoulli desarrollada antes fue formulada para fluidos ideales (no viscosos e incompresibles). En los fluidos reales, compresibles o incompresibles, que circulan por un conducto, la viscosidad causa una pérdida de energía mecánica que depende del caudal, el coeficiente de viscosidad η , el régimen de flujo y la geometría del conducto.

La ley de Poiseuille permite calcular relacionar la pérdida energética con el caudal, el coeficiente η y las dimensiones de un tubo cilíndrico de paredes rígidas, en condiciones de flujo laminar. Poiseuille demostró experimentalmente en 1846 que el caudal Q se relaciona con la diferencia de presión entre los extremos del tubo ΔP , su diámetro interno D y su longitud L , según la siguiente ecuación:

$$Q = k \cdot \Delta P \cdot D^4 / L$$

La rigurosidad de los experimentos de Poiseuille puede apreciarse con un simple ejemplo. La viscosidad del agua a 10 °C calculada con el valor que él estimó para la constante k es de 1,3084 cP. El valor aceptado actualmente es de 1,3077 cP. ¡El error fue de sólo 0,05 %!

Si en lugar del diámetro se emplea el radio interno r del tubo, simplemente varía la constante k :

$$Q = k' \cdot \Delta P \cdot r^4 / L$$

Poiseuille halló que la constante k disminuía con la temperatura (hoy sabemos que esto es debido a la influencia de ésta sobre la viscosidad de los líquidos) pero era independiente del caudal y del radio y longitud del tubo. Poco después Wiedeman (1856) e independientemente Hagenbach (1860) modificaron la ecuación a su forma actual, que incluye la viscosidad como un factor independiente:

$$Q = \Delta P \cdot \pi \cdot r^4 / (8 \cdot L \cdot \eta)$$

Ley de Poiseuille

Se recordará que según la ecuación de Bernoulli (*Capítulo 3*), la energía mecánica total por unidad de volumen de un fluido en movimiento, $E_{MT(V)}$, está determinada por la siguiente expresión:

$$E_{MT(V)} = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + P + \rho \cdot g \cdot h$$

El flujo viscoso es **disipativo**, porque parte de la $E_{MT(V)}$ se pierde en forma de calor debido a la fricción intermolecular. Cuando un fluido viscoso circula con caudal constante por un tubo horizontal de radio uniforme, su energía cinética $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2$ y su energía potencial gravitatoria $\rho \cdot g \cdot h$ son **constantes**, de modo que la **única** forma en que la $E_{MT(V)}$ puede reducirse es a expensas de la **presión lateral** P . Dicho de otro modo, la diferencia de presión entre los extremos del tubo, ΔP , representa la transformación en calor de la energía mecánica necesaria para sustentar el caudal observado. La ecuación de Poiseuille puede, por tanto, expresarse como:

$$\Delta P = Q \cdot 8 \cdot L \cdot \eta / (\pi \cdot r^4)$$

Estrictamente, la ecuación de Poiseuille supone además de la constancia del caudal, del radio del tubo y de la viscosidad del líquido, la existencia de flujo laminar y de un frente de avance parabólico. Se recordará que la velocidad máxima en tal frente de avance se localiza en el eje del tubo, donde la tasa de corte es máxima:

$$V_{MAX} = \Delta P (r^2) / 4 \cdot L \cdot \eta$$

De la ecuación de Poiseuille puede despejarse la velocidad media v del fluido teniendo en cuenta que $Q = S \cdot v$, donde $S = \pi \cdot r^2$ es la sección transversal del tubo (Ley del Caudal).

$$Q = \Delta P \cdot \pi \cdot r^4 / (8 \cdot L \cdot \eta)$$

$$\pi \cdot r^2 \cdot v = \Delta P \cdot \pi \cdot r^4 / (8 \cdot L \cdot \eta)$$

Por tanto, resolviendo para v :

$$v = \Delta P \cdot r^2 / (8 \cdot L \cdot \eta)$$

Lo que equivale a decir que la velocidad media de avance v , despejada de la ecuación de Poiseuille, es **exactamente la mitad de v_{MAX}** , la velocidad en el eje del tubo.

Para analizar las implicaciones de esta ecuación, supondremos un modelo simple, representado por un frasco de Mariotte conectado a un tubo rígido provisto de manómetros a distancias iguales de su origen, por el que circula un líquido newtoniano con régimen laminar (*Fig. 19*). La **presión de perfusión** es la

diferencia entre la presión del reservorio al nivel de la boca del tubo y la presión en la desembocadura. El **gradiente de presión** corresponde a la variación que sufre la presión con la distancia a lo largo del tubo.

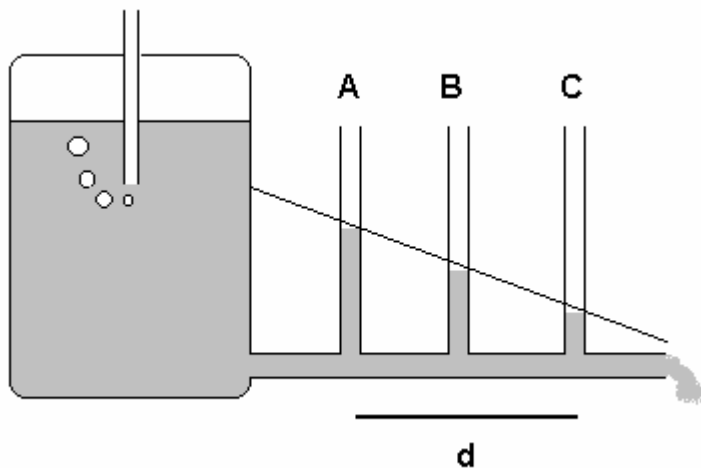


Fig. 19: Ley de Poiseuille. Un fluido newtoniano circula por un tubo con una presión de perfusión constante (ver el texto),

compleja, porque se encuentra elevado a la cuarta potencia. Bastaría un aumento de aprox. **20 %** en el diámetro para **duplicar** el caudal con una presión de perfusión constante. ¡Si el radio aumentase al doble, el caudal aumentaría 16 veces!

En la **Fig. 20** se ilustra la naturaleza **no lineal** de esta dependencia del caudal en el radio del tubo, para variaciones de radio en incrementos de 10 % desde un valor unitario al doble.

En el caso del frasco de Mariotte, la presión de perfusión es la **variable independiente**, cuyo valor queda fijado por las características del sistema, mientras que el caudal es la **variable dependiente**.

Si, por el contrario, la variable independiente es el caudal, la presión de perfusión cambiará según sea r^4 , la longitud y el coeficiente de viscosidad.

Experimentalmente es posible diseñar un sistema de caudal constante mediante una bomba capaz de modificar la presión de perfusión al valor que sea necesario para mantener el caudal fijado.

En la **Fig. 21** se esquematiza una bomba que genera un caudal de 100 mL/s. La potencia de la bomba se ajusta para producir la presión de perfusión necesaria para mantener dicho caudal.

En el panel superior se indican las variables para el caso de un líquido de $\eta = 1$ cP. La presión de perfusión es de 50 929 dina/cm² (aprox. 5,1 kPa). En el panel inferior se muestra que si el líquido tiene el doble de viscosidad, la presión de perfusión debe duplicarse para mantener el caudal constante.

Los ejemplos de las **Fig. 19** y **21** omiten considerar (por razones didácticas) el problema del establecimiento del frente parabólico. En efecto, en la salida del reservorio (**Fig. 19**) o de la bomba (**Fig. 21**) el frente de avance es plano, ya que todas las moléculas se desplazan a igual velocidad. Sin embargo, la viscosidad del líquido retrasa la velocidad de las láminas de fluido en diferente medida: las láminas más próximas a la pared sufren mayor retardo que las más próximas al eje (**Fig. 22**).

Como el descenso de presión es lineal, el gradiente es constante y puede calcularse como la diferencia de presión entre dos puntos, por ejemplo A y C dividida la distancia d que separa ambos puntos (**Fig. 19**):

$$\text{Grad } P = (P_A - P_C)/d$$

Dado que en este sistema la presión de perfusión es **constante**, todo cambio de radio, de longitud o del coeficiente de viscosidad η resultará en una modificación del caudal.

Por ejemplo, si la longitud del tubo se duplica, el caudal se reduce a la mitad; si η disminuye a la mitad, el caudal aumenta al doble.

La dependencia del radio es más

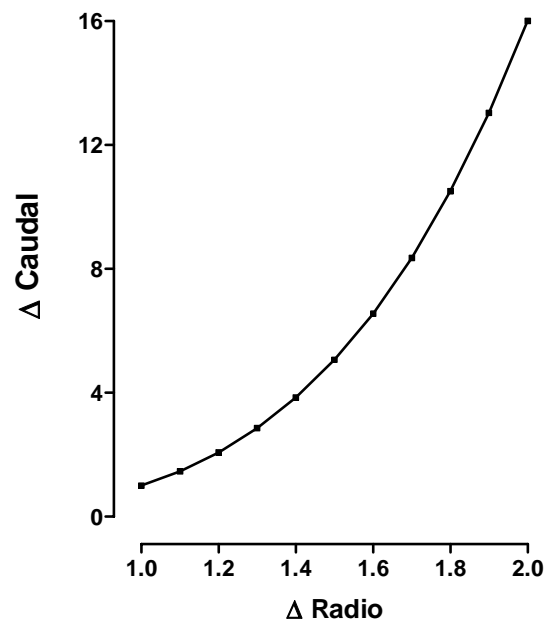


Fig. 20: Variación del caudal con el radio del tubo cuando la presión de perfusión, la longitud del tubo y la viscosidad del líquido son constantes.

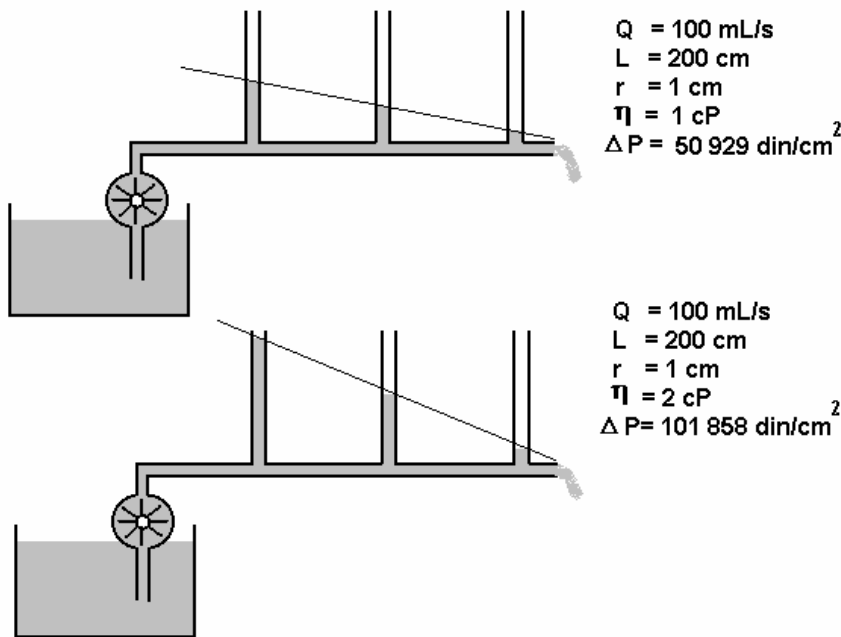


Fig. 21: Bomba de caudal constante. La bomba genera la presión de perfusión necesaria para mantener el caudal Q en un nivel pre-fijado. En la parte superior se ilustra la caída de la presión cuando el líquido circulante tiene 1 cP. En la parte inferior se muestra la diferencia de presión necesaria si la viscosidad es de 2 cP.

Existe una transición entre el frente plano inicial y el frente parabólico plenamente establecido. En dicha transición, el perfil parabólico comienza a establecerse desde la pared hacia el eje del tubo, y persiste una parte central del frente de avance que continúa siendo plano. Se denomina **lámina límite** a la que separa la parte del frente que aún es plano de la porción donde se está estableciendo el frente parabólico. Se llama **longitud de entrada** L_e a la distancia a lo largo del tubo en la cual El radio c de la lámina límite es aproximadamente igual a $(\eta \cdot x / v_c \cdot \delta)^2$, donde x es la distancia desde la entrada y v_c la velocidad del núcleo central (más rápido) del frente de avance. Cuando se establece el frente parabólico, c es igual al radio r del tubo, y x es igual a L_e .

$$r^2 = z \cdot \eta \cdot L_e / v_c \cdot \delta$$

Donde z es una constante. De esta ecuación puede despejarse la longitud de entrada L_e :

$$L_e = r^2 \cdot v_c \cdot \delta / z \eta$$

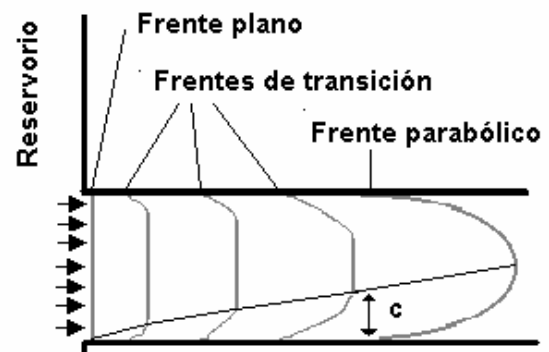


Fig. 22: Establecimiento del frente de avance parabólico; c = radio de la lámina límite (ver el texto).

La longitud de entrada puede asimismo expresarse en función del **número de Reynolds** $Re = r \cdot v_c \cdot \delta / \eta$:

$$L_e = Re \cdot r / z$$

RESISTENCIA HIDRODINÁMICA

La ley de Poiseuille establece una proporcionalidad directa entre el caudal en un tubo y la diferencia de presión entre los extremos de éste. La proporcionalidad se torna una igualdad al multiplicar la diferencia de presión por $\pi \cdot r^4 / (8 \cdot L \cdot \eta)$:

$$Q = \Delta P \cdot \pi \cdot r^4 / (8 \cdot L \cdot \eta)$$

La expresión $\pi \cdot r^4 / (8 \cdot L \cdot \eta)$ puede denominarse la **conductancia** G del tubo:

$$Q = \Delta P \cdot G$$

Si llamamos resistencia R a la inversa de la conductancia ($R = 8 \cdot L \cdot \eta / \pi \cdot r^4$), la ley de Poiseuille se expresa:

$$Q = \Delta P / R$$

Esta ecuación es análoga a la **ley de Ohm** para la corriente eléctrica: $I = \Delta V / R_o$, donde I es la corriente eléctrica en ampère (A), ΔV la diferencia de potencial en voltios y R_o la resistencia en ohm (Ω). En la ley de Ohm, $R_o = \Delta V / I$, mientras que en la ley de Poiseuille la resistencia es el cociente entre la diferencia de presión y el caudal:

$$R = \Delta P / Q$$

Nótese que la resistencia hidrodinámica está determinada por una constante que surge de la integración matemática de la ecuación de Poiseuille ($\pi/8$), del coeficiente de viscosidad dinámica del líquido η y de las dimensiones del tubo. Estas últimas (L/r^4) se denominan **impedimento**. Así, puede decirse que la resistencia depende de la viscosidad y del impedimento.

La resistencia hidrodinámica tiene dimensión de $ML^{-4}T^{-1}$. Sus unidades son en el sistema *cgs* dina.s.cm⁻⁵ y en el Sistema Internacional de Unidades Pa.s.m⁻³. En hemodinámica suele emplearse la llamada **unidad de resistencia periférica** (PRU por su sigla en inglés, *Peripheral Resistance Unit*) que es el cociente entre la presión media en mmHg y el gasto cardíaco en L/min; así PRU = mmHg.min/L.

$$1 \text{ PRU} = 80 \text{ dyn.s.cm}^{-5} = 8 \cdot 10^3 \text{ kPa .s. m}^{-3}$$

En la circulación sistémica, el caudal en reposo es de 5 L/min y la diferencia entre la presión media en la aorta y la presión en la aurícula derecha es de 100 mmHg, lo cual corresponde a una resistencia de 1 600 dina.s.cm⁻⁵ ó 20 PRU.

ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS

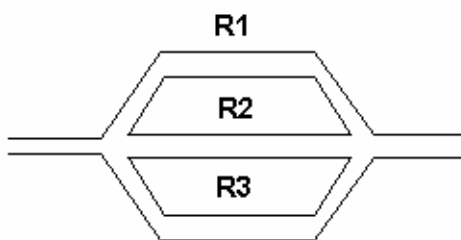
En hidrodinámica, la ley de Poiseuille permite calcular el valor de la resistencia total R_T de asociaciones de resistencias en serie ($R_{T(S)}$) y en paralelo ($R_{T(P)}$). Se dice que las resistencias están asociadas **en serie** cuando



Resistencias en serie

por cada una de ellas circula el **mismo caudal** que por las otras. En una asociación de resistencias en serie, la resistencia equivalente es igual a la **suma** de las resistencias en serie. Para el panel superior de la **Fig. 23**:

$$R_{T(S)} = R1 + R2 + R3$$



Resistencias en paralelo

En una asociación en serie por la que circula un caudal Q , la **presión de perfusión** existente entre los extremos de la asociación (ΔP_T) es la suma de las diferencias de presión entre los extremos de cada resistencia sucesiva de la asociación en serie ($\Delta P1$, $\Delta P2$, $\Delta P3$). Así

$$Q = (\Delta P1 + \Delta P2 + \Delta P3) / R1 + R2 + R3$$

$$Q = \Delta P_T / R_{T(S)}$$

Fig. 23: Resistencias hidrodinámicas en serie y en paralelo.

Nótese que como el mismo caudal Q pasa sucesivamente por cada miembro de la asociación en serie, basta conocer la caída de presión y la resistencia de una cualquiera de ellas para calcular el caudal total:

$$Q = \Delta P_T / R_{T(S)} = \Delta P1 / R1 = \Delta P2 / R2 = \Delta P3 / R3$$

Por su parte, las resistencias asociadas en paralelo están sometidas a la **misma diferencia de presión** entre sus extremos (**Fig. 23**, parte inferior). La resistencia equivalente $R_{T(P)}$ es menor que la menor de las

resistencias asociadas. Esto se comprende mejor si se recuerda que la resistencia es la inversa de la conductancia G . Las **conductancias en paralelo** se suman para dar una conductancia equivalente:

$$G_{T(P)} = G_1 + G_2 + G_3$$

Como $G = 1/R$, expresada en función de las resistencias la ecuación anterior queda como:

$$1/R_{T(P)} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$$

En palabras, **la inversa de la resistencia total es igual a la suma de las inversas de las resistencias asociadas en paralelo**. Como en este caso la misma presión de perfusión total ΔP_T está aplicada entre los extremos de las tres resistencias, en cada una de ellas habrá caudales Q_1 , Q_2 y Q_3 que sumados dan el caudal total:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ Q &= \Delta P_T / R_1 + \Delta P_T / R_2 + \Delta P_T / R_3 \\ Q &= \Delta P_T / R_{T(P)} \end{aligned}$$

En el aparato circulatorio se encuentran numerosos casos de resistencias asociadas en serie y en paralelo. Por ejemplo, el conjunto de ramas de la arteria aorta se encuentran en serie con ésta y en paralelo entre sí. En un determinado órgano, como el riñón, la arteria y la vena renales, y cada grupo de sus ramas considerados en conjunto, se encuentran en serie entre sí.

APLICABILIDAD DE LA LEY DE POISEUILLE AL APARATO CIRCULATORIO

La ley de Poiseuille proporciona una manera simple de relacionar el caudal con la presión de perfusión, un asunto central de la hemodinámica. No obstante, el sobrio atractivo de la ecuación $Q = \Delta P/R$ no debe ocultar que la ley fue formulada bajo condiciones de contorno que son diferentes, en mayor o menor medida, de las existentes en un sistema biológico complejo como el aparato circulatorio de los mamíferos.

Tabla 3: Presupuestos para la aplicabilidad de la ley de Poiseuille

1. Fluido newtoniano
2. Flujo laminar
3. Ausencia de deslizamiento del fluido en la pared
4. Régimen estacionario
5. Forma cilíndrica del conducto
 - 5 a. Sección circular
 - 5 b. Paredes paralelas
 - 5 c. Ausencia de colaterales
6. Paredes rígidas

En la **Tabla 3** se presenta una lista de presupuestos o condiciones que deben cumplirse para que la ley de Poiseuille pueda aplicarse en forma exacta. Como veremos, ninguno de ellos se cumple perfecta ni constantemente en el aparato circulatorio. Esto no descarta de antemano que la ley pueda aplicarse en ciertas condiciones. El problema es de grado de aproximación a los presupuestos enunciados en la **Tabla 3**. En otras palabras, debemos examinar si la desviación del comportamiento de la sangre, el régimen de flujo, la geometría de los vasos y la estructura de sus paredes es suficientemente pequeña como para que la ley de Poiseuille sea aplicable en forma razonablemente aproximada. Por tanto, examinaremos cada presupuesto en el orden enunciado. El siguiente tratamiento se refiere

primariamente a vasos aislados, como la arteria aorta o femoral o las venas yugular o cava inferior. El comportamiento del árbol vascular en su conjunto se pospone para otras clases.

Fluido newtoniano. La derivación matemática de la ley de Poiseuille supone que el fluido posee una viscosidad que sólo varía con la temperatura y es independiente de la tasa de corte. La sangre es una suspensión de partículas, los elementos formes (mayormente eritrocitos) en un medio líquido, el plasma. En condiciones de flujo lento o por vasos de radio menor a 250 μm , el comportamiento de la sangre se aleja notablemente del newtoniano. No obstante, y de manera sorprendente dada su complejidad, la sangre tiene un comportamiento **próximo al newtoniano** en la mayoría de las condiciones presentes fuera de la microcirculación.

Flujo laminar. En condiciones normales la sangre fluye de manera laminar en los vasos arteriales y venosos. Una **excepción** son las raíces de la aorta y de la arteria pulmonar. En ellas normalmente se supera el número de Reynolds durante la sístole, lo cual origina un breve período de flujo turbulento durante la

fase de eyección. En condiciones **anormales**, como estenosis de las válvulas cardíacas o aneurismas, es frecuente que se generen las condiciones apropiadas para que aparezca turbulencia, la cual suele manifestarse clínicamente en forma de soplos.

Ausencia de deslizamiento del fluido en contacto con la pared. La ecuación de Poiseuille supone que la capa líquida inmediatamente adyacente a la pared del vaso se encuentra inmóvil. La evidencia indica que esta suposición se cumple en los vasos sanguíneos.

Flujo estacionario. La ley de Poiseuille está formulada para condiciones en las que la velocidad media de avance del fluido permanece constante. Este presupuesto ciertamente **no se cumple en el árbol arterial**, en el cual el flujo es pulsátil. En cada ciclo cardíaco la sangre sufre aceleraciones y deceleraciones que involucran fenómenos inerciales no previstos en la ecuación de Poiseuille. Esto introduce un error que oscila entre 10 y 20 % en los cálculos basados de caudal basados en la presión media.

Tubo cilíndrico. Esta condición incluye tres aspectos. En primer lugar, que la sección transversal sea **circular**. Los vasos arteriales sistémicos poseen sección circular, pero las venas y las arterias pulmonares tienen secciones más o menos **elípticas** con el régimen normal de presiones. En segundo lugar, en un cilindro las paredes son **paralelas**, de modo que la sección, además de ser circular, es constante. No ocurre otro tanto con los vasos sanguíneos, cuya forma se aproxima más a la de un **cono truncado**. El diámetro de las arterias individuales se reduce de manera gradual a lo largo de su trayecto. Por esta razón la velocidad media de la sangre tiende a aumentar continuamente a lo largo del trayecto de la arteria. Según la ecuación de Bernoulli, esto implica un aumento de la **energía cinética** de la sangre, a expensas de una **reducción de la presión lateral**. Por tanto, la presión lateral de una arteria individual se reduce en parte por **disipación** conforme a la ley de Poiseuille, y en parte por **transformación** de energía potencial en cinética según la ecuación de Bernoulli. No obstante, la reducción de la presión por esta última causa es pequeña comparada con la presión arterial media. Más importante es el hecho de que al reducirse la sección transversal, la resistencia hidrodinámica aumenta de manera proporcional a $1/r^4$. Por ejemplo, con presión de perfusión constante una reducción de sólo **15 %** en el radio reduce el caudal en casi **50 %**. El tercer aspecto es que la ley de Poiseuille fue formulada para tubos **sin ramificaciones**. En la circulación es poco común hallar vasos arteriales que emitan ramas macroscópicas a intervalos mayores de 4 cm. Parte del caudal arterial es obviamente derivado a estas ramas. Una consecuencia interesante es que dicho efecto puede **cancelar parcial o totalmente** el aumento de la velocidad de la sangre causado por la reducción progresiva del radio arterial. Esto se ha comprobado en la **aorta torácica**, donde, pese a la reducción progresiva de la sección, la velocidad de la sangre permanece virtualmente constante debido a que parte del caudal se deriva a las arterias intercostales. La presencia de ramas puede permitir mantener la **velocidad** media (y con ella la energía cinética) pero obviamente a costa de **reducir el caudal** que circula por el vaso. A la inversa, en las venas el aumento progresivo del diámetro hace que la energía cinética tienda a reducirse a lo largo de su trayecto. En este caso, el aporte de sangre proveniente de ramas tributarias puede mantener la velocidad media de la sangre, con un **aumento del caudal** que circula por la vena principal bajo consideración.

Tubo de paredes rígidas. Todos los vasos sanguíneos normales poseen paredes distensibles, de modo que su radio varía con la presión transmural. La caída de la presión lateral con la distancia hace que el radio tienda a reducirse. La situación es aún más compleja cuando el flujo es pulsátil. El flujo pulsátil en tubos distensibles provoca a lo largo del ciclo cardíaco oscilaciones del radio y consecuentemente de la sección, y por lo tanto de la resistencia además de la velocidad y la energía cinética.

En resumen, de las condiciones necesarias para la aplicación rigurosa de la ley de Poiseuille, las primeras tres (comportamiento newtoniano, flujo laminar e inmovilidad de la capa líquida adyacente a la pared) se cumplen con bastante exactitud.

Por el contrario, los vasos no tienen forma exactamente cilíndrica ya que las arterias se afinan y las venas se ensanchan progresivamente; además las arterias pulmonares y las venas pulmonares y sistémicas tienen secciones elípticas. Además el flujo en las arterias es de tipo pulsátil. Finalmente todos los vasos de cierto tamaño tienen ramas colaterales por los cuales se deriva parte del caudal en el caso de las arterias, o se aumenta el caudal en el caso de las venas.

Las características resumidas en el último párrafo **limitan** la aplicabilidad de la ley de Poiseuille, aunque no la invalidan totalmente. La ley de Poiseuille describe en forma **cualitativamente** correcta los factores que determinan el caudal, y proporcionan una cuantificación imperfecta pero en la mayoría de los casos razonablemente **aproximada**. El grado de aproximación será mayor en ciertos casos (por ejemplo, en ausencia de flujo pulsátil). Por tanto, a pesar de sus limitaciones la ley de Poiseuille permanece como uno de los pilares para la comprensión de la hemodinámica.