



اختبار المناطق للأولمبياد السوري للموسم 2013 - 2014

اختصاص رياضيات

(1) العدد $\frac{2013 \times 2.013}{201.3 \times 20.13}$ يساوي:

- A) 0.01 B) 0.1 **C) 1** D) 10 E) 100

التعليق:

$$\frac{2013 \times 2.013}{201.3 \times 20.13} = \frac{2013 \times 2.013}{201.3 \times 20.13} \times \frac{1000}{1000} = \frac{2013 \times 2013}{2013 \times 2013} = 1$$

(2) ناتج جداء العدد الذي مكعبه 2013^{12} بمربع العدد 2013^{13} يساوي:

- A) 2013^{25} B) 2013^{10} C) 2013^{26} **D) 2013^{30}** E) 2013^{56}

التعليق:

$$2013^{12} = [(2013)^4]^3$$

إذا العدد الذي مكعبه 2013^{12} هو 2013^4 ومربع العدد 2013^{13} هو 2013^{26}

$$2013^4 \times 2013^{26} = 2013^{30}$$

(3) إذا علمت أنّ المتوسط الحسابي للأعداد $18x$, $8x$, x يساوي 9 فإنّ قيمة x تساوي:

- A) 9 **B) 1** C) 2 D) 3 E) 4

التعليق:

$$\frac{x + 8x + 18x}{3} = 9 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$$

(4) أيّاً من الأعداد الآتية هو الأصغر ؟

- A) $6 + 5\sqrt{7}$** B) $5 + 6\sqrt{7}$ C) $6 + 7\sqrt{5}$ D) $7 + 5\sqrt{6}$ E) $5 + 7\sqrt{6}$

التعليق:

$$(6 + 5\sqrt{7}) - (5 + 6\sqrt{7}) = 1 - \sqrt{7} < 0 \Rightarrow 6 + 5\sqrt{7} < 5 + 6\sqrt{7}$$

$$(6 + 5\sqrt{7}) - (6 + 7\sqrt{5}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} (\sqrt{5} - \sqrt{7}) < 0 \Rightarrow 6 + 5\sqrt{7} < 6 + 7\sqrt{5}$$

$$(6 + 5\sqrt{7}) - (7 + 5\sqrt{6}) = -1 - 5\sqrt{6} + 5\sqrt{7} < 0 \Rightarrow 6 + 5\sqrt{7} < 7 + 5\sqrt{6}$$

$$(6 + 5\sqrt{7}) - (5 + 7\sqrt{6}) = 1 + 5\sqrt{7} - 7\sqrt{6} < 0 \Rightarrow 6 + 5\sqrt{7} < 5 + 7\sqrt{6}$$

(5) إذا ABC مثلث أطوال أضلاعه 5, 4, 3 إنّ مساحة الدائرة المارّة برؤوس المثلث ABC تساوي:

- A) 5π B) 100π C) 25π **D) $\frac{25}{4}\pi$** E) $\frac{25}{2}\pi$

التعليق: نلاحظ أنّ: $(3)^2 + (4)^2 = 9 + 16 = 25 = (5)^2$ والمثلث قائم بحسب عكس فيثاغورس طول وتره 5 وهو وتر في الدائرة المارّة برؤوسه وبالتالي:

$$S = \pi R^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \pi = \frac{25}{4}\pi$$

(6) إنّ العدد $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ يساوي:

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ **C) 2** D) 4 E) غير معرّف

التعليق:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1^{-\frac{1}{2}}}{4^{-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{4^{-\frac{1}{2}}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

(7) ABC مثلث أطوال أضلاعه $1, 2, \sqrt{5}$ إن مساحة المثلث ABC تساوي:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 4

التعليق: نلاحظ أنّ: $(\sqrt{5})^2 = 1 + 4 = 5 = (1)^2 + (2)^2$ والمثلث قائم بحسب عكس فيثاغورس وأطوال أضلاعه القائمة 1 و 2 ومساحة المثلث القائم تساوي نصف جداء ضلعيه القائمتين.

$$S = \frac{1}{2}(1) \cdot (2) = 1$$

(8) Δ_1, Δ_2 مثلثان أطوال أضلاع Δ_1 هي 1, 2, 3 وأطوال أضلاع Δ_2 هي 2, 4, 6 إن نسبة مساحة Δ_1 إلى مساحة Δ_2 تساوي:

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) غير ذلك

التعليق: نسبة المساحتين تساوي مربع نسبة التشابه "الضلعين"

(9) إن مجموع كل الأعداد الحقيقية التي هي حل للمعادلة: $|x - 2013| + |x - 2014| = 3$

- A) 2012 B) 2013 C) 4027 D) 2014 E) 4013

التعليق: بالتجريب نرى أنّه حتى يكون المجموع نرى أنّه حتى يكون المجموع 3 يجب أن تكون القيمة الأولى 2 والثانية 1 أو الأولى 1 والثانية 2

$$|x - 2013| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2013 = -1 \Rightarrow x = 2012 \text{ and } |x - 2014| = 2 \\ x - 2013 = 1 \Rightarrow x = 2014 \text{ and } |x - 2014| = 0 \end{cases}$$

$$|x - 2014| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2014 = -1 \Rightarrow x = 2013 \text{ and } |x - 2013| = 0 \\ x - 2014 = 1 \Rightarrow x = 2015 \text{ and } |x - 2013| = 2 \end{cases}$$

ويوجد حلان لهذه المعادلة $x = 2012$ و $x = 2015$ ونلاحظ أنّ:

$$2012 + 2015 = 4027$$

طريقة ثانية:

x	$-\infty$	2013	2014	$+\infty$
$x - 2013$		0	+	+
$ x - 2013 $	$-x + 2013$	0	$x - 2013$	$x - 2013$
$x - 2014$		-	0	+
$ x - 2014 $	$-x + 2014$	$-x + 2014$		$x - 2014$
$ x - 2013 + x - 2014 $	$-2x + 4027$	1		$2x - 4027$

$$-2x + 4027 = 3 \Rightarrow 2x = 4024 \Rightarrow x = 2012$$

$$2x - 4027 = 3 \Rightarrow 2x = 4030 \Rightarrow x = 2015$$

$$2012 + 2015 = 4027$$

(10) يربّي ماجد في مزرعته الأبقار والأغنام، في أحد الأيام كان عدد الأبقار مساوياً لعدد الأغنام، بعد ذلك اشترى ماجد عدداً من الأبقار فزاد عدد الأبقار في مزرعته 50%، الآن في مزرعة ماجد 30% من الحيوانات أغنام. إن عدد الأغنام في المزرعة الآن:

- A) 50 B) 30 C) 20 D) 10 E) المعلومات غير كافية

(11) إذا كان x, y عددين حقيقيين يحققان $x > y > 0$ فإن قيمة المقدار $\frac{x^y \cdot y^x}{y^y \cdot x^x}$ يساوي:

- A) $(x - y)^{\frac{y}{x}}$ B) $(x - y)^{\frac{x}{y}}$ C) $\left(\frac{x}{y}\right)^{x-y}$ D) $\left(\frac{x}{y}\right)^{y-x}$ E) 1

التعليق:

$$\frac{x^y \cdot y^x}{y^y \cdot x^x} = \frac{x^{y-x}}{y^{y-x}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{y-x}$$

(12) إنّ قيمة المقدار $\frac{a^{-6} - b^{-6}}{a^{-3} - b^{-3}}$ يساوي:

- A) $a^{-9} - b^{-9}$ B) $a^{-2} - b^{-2}$ C) $a^{-3} - b^{-3}$ D) $a^{-3} + b^{-3}$ E) غير ذلك

التعليق:

$$\frac{a^{-6} - b^{-6}}{a^{-3} - b^{-3}} = \frac{(a^{-3})^2 - (b^{-3})^2}{a^{-3} - b^{-3}} = \frac{(a^{-3} + b^{-3}) \cdot (a^{-3} - b^{-3})}{a^{-3} - b^{-3}} = a^{-3} + b^{-3}$$

(13) إذا كان a, b عددين حقيقيين وكان $x^2 + bx + 6 = (x + 2)(x + a)$ فإنّ قيمة الثابت b :

- A) 5 B) -3 C) 1 D) 3 E) المعلومات غير كافية

التعليق: بما أن الجداء 6 فإنّ $a = 3$ وبالتالي يكون المجموع $b = 2 + 3 = 5$

(14) إنّ معادلة المستقيم المار من النقطتين $A(1,3)$, $B(1,-2)$ هي:

- A) $x + y = 1$ B) $y = -1$ C) $x - y = 1$ D) $y = 1$ E) $x = 1$

التعليق: بما أنّ $x_A = x_B = 1$ فإنّ المستقيم يوازي yy' ومعادلته $x = 1$

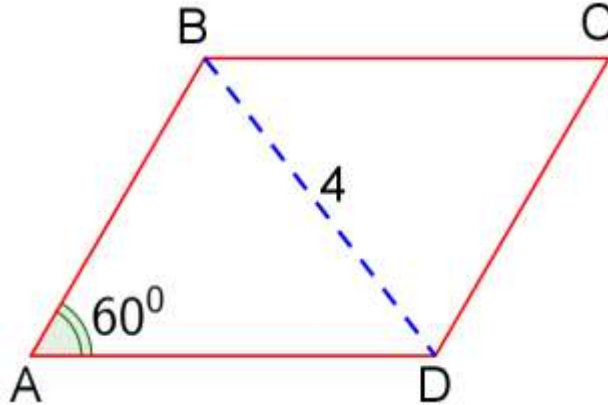
(15) $ABCD$ معيّن فيه $\angle BAD = 60^\circ$ و $BD = 4$ فإنّ مساحة المعيّن $ABCD$ تساوي

- A) 4 B) 8 C) $8\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{2}$

التعليق: بما أن إحدى زوايا المعيّن 60° فإنّ القطر BD المقابل للزاوية $\angle BAD$ يقسمه إلى مثلثين متساوي

الأضلاع وبما أنّ $BD = 4$ فإنّ المساحة هي ضعف مساحة مثلث متساوي الأضلاع:

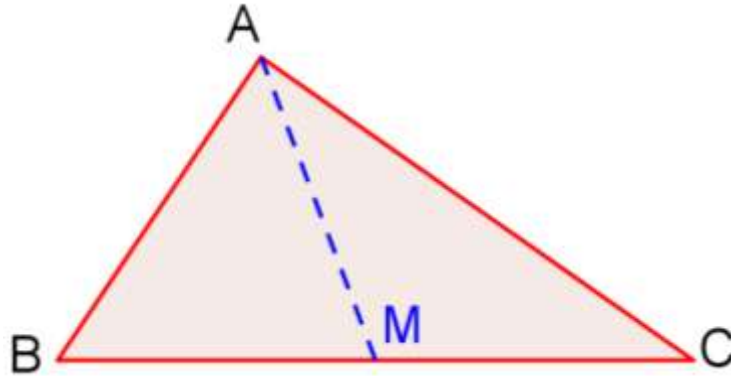
$$S = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} l^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (16) = 8\sqrt{3}$$



(16) ABC مثلث، M منتصف الضلع BC ويتحقّق فيه $AM = BM = CM$ فإنّ المثلث ABC

- A) متساوي الأضلاع E) منفرج الزاوية D) قائم في M C) قائم في A B) حاد الزوايا

التعليق: نلاحظ أنّ AM متوسط وطوله نصف طول الضلع المقابلة فالمثلث قائم في A



(17) يقرأ أحمد أحد الكتب عدد صفحاته 630 صفحة وترقيم صفحاته يبدأ من الواحد. قرأ أحمد في اليوم الأول

الثلاث الأوّل من الكتاب، وكان مجموع أرقام الصفحات التي قرأها في اليوم الثاني مساوياً 4410. ما هو عدد الصفحات المتبقية لأحمد حتى ينهي الكتاب.

- A) 210 B) 120 C) 230 D) 320 E) 400

التعلييل: في اليوم الأوّل قرأ 210 صفحة، نلاحظ أنّنا أمام متتالية حسابيّة حدّها الأوّل 211 وأساسها 1

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)r] \Rightarrow 4410 = \frac{n}{2}(422 + n - 1)$$

$$\Rightarrow n^2 + 421n - 8820 = 0$$

$$\Delta = (421)^2 + 4(8820) = 177241 + 35280 = 212521 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 461$$

$$n = \frac{-421 + 461}{2} = 20, \quad n = \frac{-421 - 461}{2} < 0$$

مجموع ما قرأه في اليومين: 230 وبقي من الكتاب: 630 - 230 = 400

(18) في مجموعة من الطلاب مكوّنة من 40 طالباً، 20 منهم يمارسون رياضة الجري و 25 يمارسون رياضة السباحة و 7 منهم لا يمارسون أيّاً من الرياضتين. إنّ عدد الطلاب الذين يمارسون رياضتي الجري والسباحة معاً.

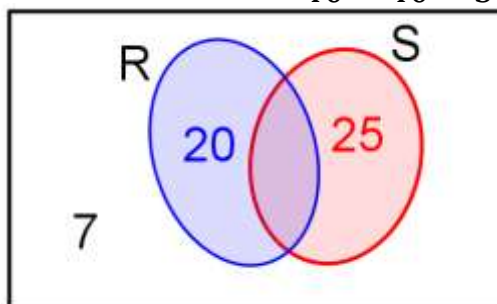
غير ذلك E) 16 D) 15 C) 14 B) 12 A)

التعلييل: بفرض الحدث S الطالب يمارس السباحة و R الطالب يمارس الجري

$$P(S) = \frac{25}{40}, \quad P(R) = \frac{20}{40}, \quad P(S' \cap R') = \frac{7}{40}$$

$$P(S' \cap R') = \frac{7}{40} = P(S \cup R)' = 1 - P(S \cup R) \Rightarrow P(S \cup R) = 1 - \frac{7}{40} = \frac{33}{40}$$

$$P(S \cap R) = P(S) + P(R) - P(S \cup R) = \frac{25}{40} + \frac{20}{40} - \frac{33}{40} = \frac{12}{40}$$



(19) من أجل عددين صحيحين a, b نعرّف $\max(a, b)$ بأنّه أكبر العددين a و b . إنّ أصغر قيمة ممكنة للمقدار $\max(5 - \max(a, 3), a + 3)$ تساوي:

5 A) 2 B) 3 C) 1 D) -1 E)

التعلييل: يكون $\max(a, 3) = 3$ عندما $a \leq 3$ وعندها يكون $5 - \max(a, 3) = 2$ وهو أصغر \max ممكن

(20) من أجل أي عددين حقيقيين x, y نعرّف العملية $*$ بالصيغة $x * y = x \cdot y + 4x - 3y$ إنّ عدد الأعداد الحقيقية y التي تحقّق المعادلة $3 * y = 12$

غير منه E) 100 D) 2 C) 1 B) 0 A)

التعلييل:

$$3 * y = 12 \Rightarrow 3y + 12 - 3y = 12 \Rightarrow 0y = 0$$

محقّقة أيّاً كان $x \in \mathbb{R}$

(21) إذا كان a, b عددين صحيحين وكان $ax^3 + bx^2 + 1$ يُحلّل إلى جداء قوسين إحداهما $x^2 - x - 1$ فإن قيمة الثابت b هي

-2 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E)

التعلييل:

$$ax^3 + bx^2 + 1 = (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$\Rightarrow ax^3 + bx^2 + 1 = ax^3 + (-1 - a)x^2 + (-a + 1)x + 1$$

بالمطابقة نجد:

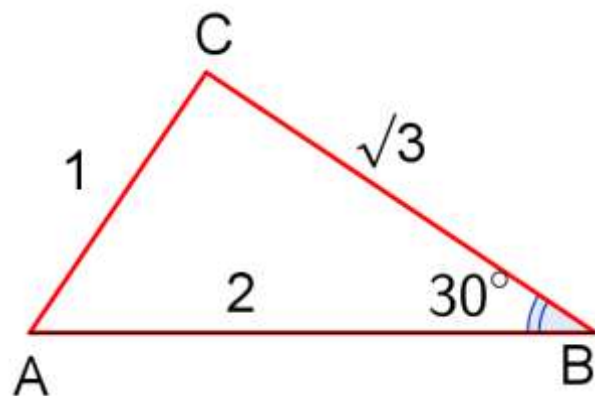
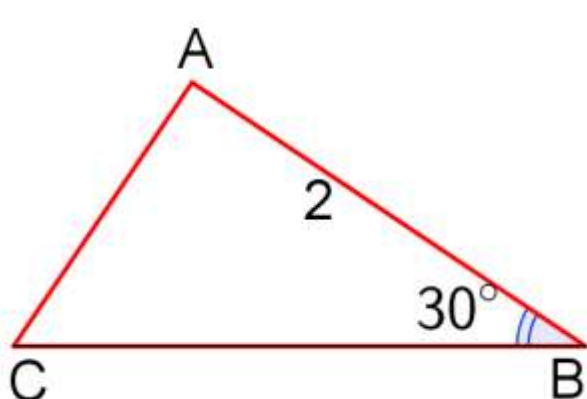
$$-1 - a = b \text{ and } -a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ \& } b = -2$$

(22) ABC مثلث قائم الزاوية فيه $AB = 2$ و $\angle ABC = 30^\circ$ فإنّ مساحة المثلث تساوي:

- المعطيات غير كافية (E) D) 2 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $4\sqrt{3}$ A) $2\sqrt{3}$

التعليق: طول الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر فإذا كان AB هو الوتر فإنّ $AC = 1$ و $BC = \sqrt{3}$ وتكون مساحة المثلث:

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} (1) \cdot (\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



أما إذا كان المثلث قائم في A يكون:

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AC}{2} \Rightarrow AC = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot AB = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) \cdot (2) = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

لذلك المعطيات غير كافية، حيث يجب تحديد الزاوية القائمة.

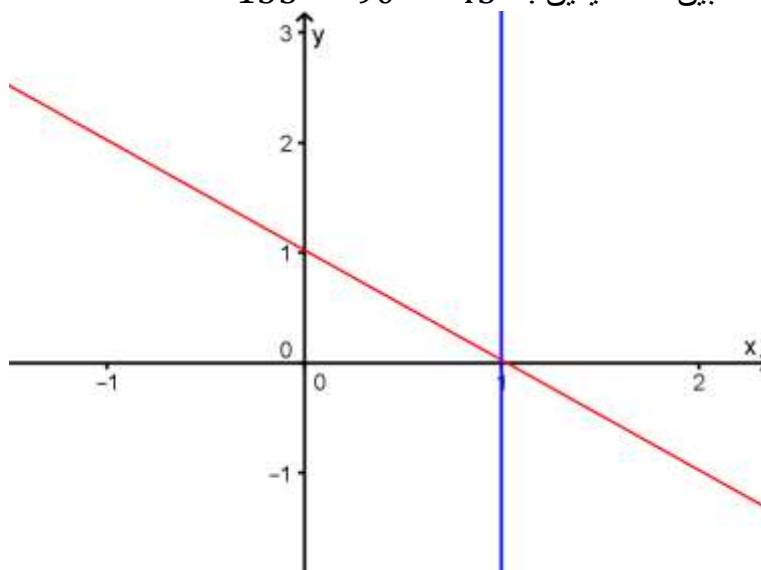
(23) قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين x و $x + y - 1 = 0$ يساوي:

- المعلومات غير كافية (E) D) 75° C) 60° B) 45° A) 30°

التعليق: المستقيم $x = 1$ شاقولي زاويته مع xx' تساوي 90° بينما المستقيم الثاني زاويته:

$$m = -1 = \tan \theta \Rightarrow \theta = 135^\circ$$

ويكون قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين: $135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$



(24) $ABCD$ مستطيل فيه $AB = 5$ و $BC = 3$ نأخذ على الضلع CD نقطتين G , F بحيث $GC = 2$ و $DF = 1$ نقطة تقاطع المستقيمين AF , BG إنّ مساحة المثلث ABE تساوي:

- A) 11 B) $\frac{21}{2}$ C) 12 D) $\frac{25}{2}$ E) 13

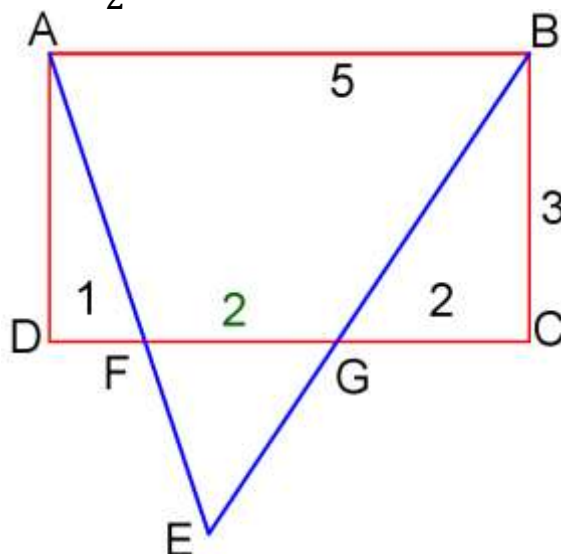
التعليق: المثلثان ABE و EFG متشابهان لتساوي زوايا القاعدة " بالتناظر " مساحة شبه المنحرف $AFGB$ تساوي:

$$\frac{5+2}{2} \times 3 = \frac{21}{2}$$

بفرض مساحة المثلث ABE هي x تكون مساحة المثلث EFG هي $x - \frac{21}{2}$

ونعلم أنّ نسبة مساحتي المثلثين المتشابهين تساوي مربع نسبة التشابه

$$\frac{S(ABE)}{S(EFG)} = \left(\frac{AB}{FG}\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{x - \frac{21}{2}} = \frac{25}{4} \Rightarrow 25x - \frac{525}{2} = 4x \Rightarrow x = \frac{525}{42} = \frac{25}{2}$$



انتهت الأجوبة